

La méthode P.E.R.T.

Un programme pour ordonnancer vos travaux

Créée il y a quelques années pour l'établissement de plannings de travaux de constructions, la méthode P.E.R.T. (Program Evaluation and Review Technique), associée à la méthode du chemin critique dont elle dérive, est de plus en plus couramment employée pour résoudre tous les problèmes d'organisation et surtout d'ordonnancement. Les programmes de P.E.R.T. et chemin critique étaient, jusqu'à présent, réservés à l'informatique traditionnelle, et très peu de réalisations pour micro-ordinateurs avaient vu le jour.

Le logiciel que nous vous présentons, écrit en Basic, a pour but de combler ce manque et vous permettra de vous initier aux subtilités de l'ordonnancement des tâches.

Un problème d'ordonnancement peut être défini comme un processus de réalisation d'un objectif par l'accomplissement de plusieurs tâches. La relation entre ces tâches est le plus souvent de nature temporelle (une tâche ne doit pas commencer avant telle date ou, au contraire, doit être achevée à telle date), ou de nature séquentielle (une tâche ne peut commencer avant qu'une autre ne soit terminée).

Appliquée à ce genre de problème, l'analyse du chemin critique* permet, tout au moins, de :

- détecter les tâches « critiques », c'est-à-dire celles dont l'exécution ne peut être ni retardée, ni ralentie sans que le temps total des travaux ne soit reporté,
- déterminer le meilleur temps total des travaux,
- établir un ordonnancement.

La méthode P.E.R.T. utilise la même approche que l'analyse du chemin critique. Elle permet en plus de tenir compte de l'incertitude, liée aux délais d'exécution des travaux. Il est en effet des situations où les données des opérations à effectuer ne sont pas connues de façon certaine (par exemple, opérations nouvelles, aléas de diverses natures). Dans de telles situations, la méthode P.E.R.T. s'avère plus adéquate que l'analyse du chemin critique.

Pour utiliser ces méthodes, on construit un graphe orienté composé de nœuds (ou sommets) et d'arcs (fig. 1).

Les nœuds sont des événements qui indiquent les étapes des travaux (par exemple, fin d'une activité, début d'une autre). Les nœuds sont numérotés de façon arbitraire, mais dans l'ordre croissant des travaux.

Les arcs sont des activités ou

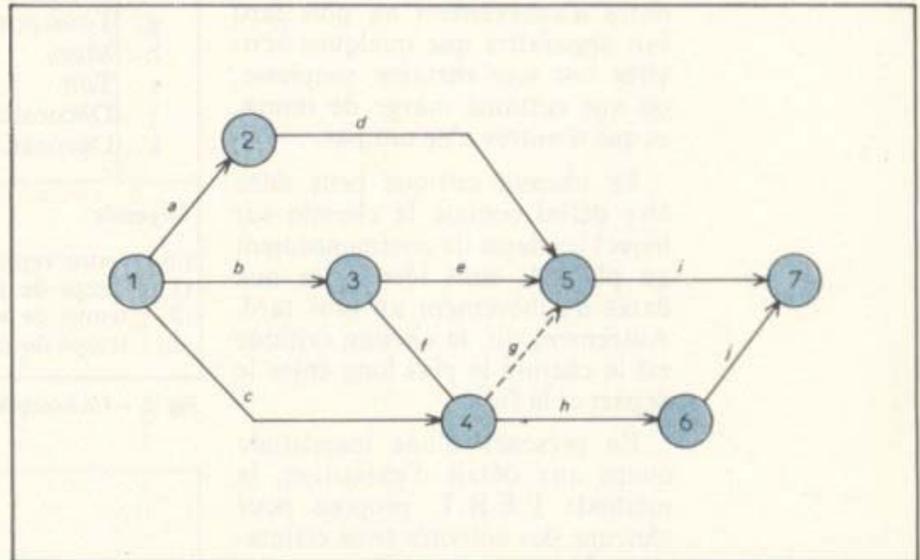


Fig. 1. - La méthode P.E.R.T. permet d'ordonnancer des tâches, en représentant un ensemble de travaux à l'aide d'un graphe orienté. Les arcs constituent les activités ou tâches, alors que les nœuds indiquent les étapes des travaux, fin d'une activité ou début d'une autre.

encore tâches. L'arc est relié à sa gauche (en amont) à tous les arcs dont il dépend, et à sa droite (en aval) à tous ceux qui dépendent de lui ; à l'exception des arcs dits « de départ » ou « fin ». Chaque arc est désigné par une lettre permettant de reconnaître la nature de l'activité qu'il représente. Chacun est aussi « valué » - d'après le jargon de la théorie des graphes - par un délai d'exécution, c'est-à-dire le temps nécessaire pour la réalisation de l'activité. Il convient de remarquer, à ce sujet, que la longueur des arcs n'a rien à voir avec les délais d'exécution des activités. Elle dépend, en effet, uniquement des impératifs logiques - et parfois esthétiques - du graphe. Selon les cas, on peut encore employer des arcs pointillés pour représenter des activités « fictives ». Ces dernières ont une double mission : assurer la continuité du chemin et faire apparaître les marges éventuelles des tâches.

Une fois le graphe ou réseau construit, la détermination du chemin critique se fonde sur deux notions de temps liées au commencement et à l'achèvement des travaux :

1° Les dates de commencement au plus tôt

En partant du point de départ (date supposée égale à zéro), on examine pour tout événement (nœud), la date la plus proche de réalisation ; lorsqu'il existe plusieurs chemins entre deux points, la date de commencement au plus tôt est bien entendu celle qui est obtenue en suivant le (ou les) chemin(s) de valeur la plus grande.

* Le chemin critique d'un graphe ordonné peut être défini comme le plus long chemin d'exécution des tâches, et a pour but de mettre en évidence les causes de goulots d'étranglement des travaux. La modification d'une tâche située sur ce chemin entraînera ainsi une altération de l'ensemble des travaux.

2° Les dates d'achèvement au plus tard

Ces dates peuvent être obtenues en partant de la fin des opérations (nœud « fin ») et en déduisant le temps d'exécution des activités concernées.

La comparaison des dates de commencement au plus tôt et des dates d'achèvement au plus tard fait apparaître que quelques activités ont une certaine souplesse, ou une certaine marge de temps, et que d'autres n'en ont pas.

Le chemin critique peut donc être défini comme le chemin sur lequel les dates de commencement au plus tôt sont identiques aux dates d'achèvement au plus tard. Autrement dit, le chemin critique est le chemin le plus long entre le départ et la fin.

En présence d'une incertitude quant aux délais d'exécution, la méthode P.E.R.T. propose pour chacune des activités trois estimations de temps de réalisation : les durées maximale, minimale et la plus probable. Elle utilise ensuite des éléments de la théorie statistique pour déterminer les durées les plus vraisemblables des travaux.

En définitive, l'analyse du chemin critique et la méthode P.E.R.T. peuvent donc servir à optimiser l'enchaînement des travaux. Du même coup, elles rendent possible non seulement la recherche du coût de réalisation le plus bas, mais aussi l'accélération du programme initial au moindre coût. Ces possibilités peuvent se traduire soit par aménagement des tâches non critiques, soit par raccourcissement des temps d'exécution des tâches critiques dont la compression temporelle revient relativement le moins cher.

Le programme Basic que nous vous présentons, intitulé MCC-P.E.R.T., contient les algorithmes appropriés pour l'analyse du chemin critique et la méthode P.E.R.T.

L'utilisation du programme MCC-P.E.R.T. exige cependant le respect de certaines règles déri-

(a)	Tâches	(1.)	(2.)	(3.)
a	Établissement du plan	15	9	21
b	Obtention du permis de construire	30	30	45
c	Signature des contrats avec les parties intéressées	5	3	10
d	Transport du matériel au chantier	2	2	3
e	Installations de l'électricité et de l'eau du chantier	3	3	3
f	Fondation	10	8	15
g	Transport de terre pour le jardin	2	2	3
h	Murs	10	8	12
i	Toit	12	7	14
j	Décoration	10	8	15
k	Décoration à l'intérieur	10	9	13

Légende :

- (a) : lettre représentant les tâches.
- (1.) : temps de réalisation des travaux les plus probables.
- (2.) : temps de réalisation des travaux les plus optimistes (durée minimale).
- (3.) : temps de réalisation des travaux les plus pessimistes (durée maximale).

Fig. 2. - Un exemple de liste de travaux, tel que peut le décrire un architecte.

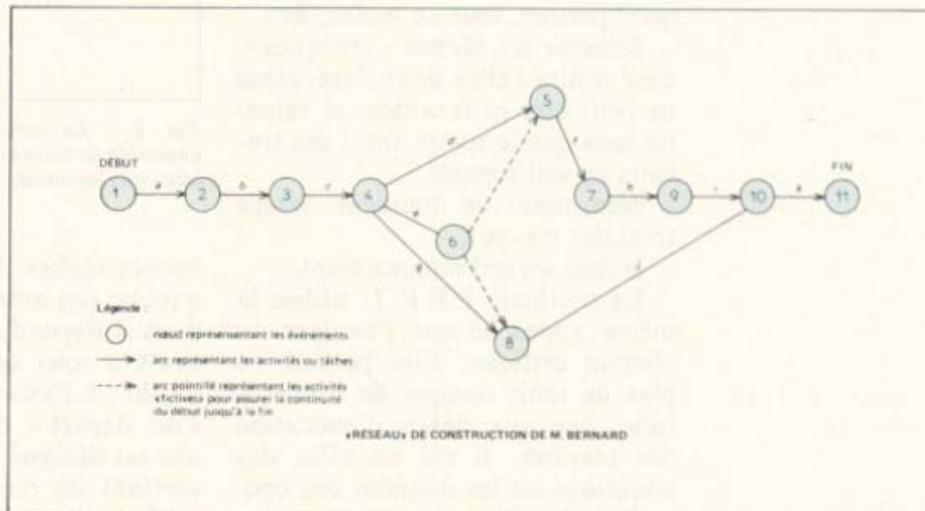


Fig. 3. - Représentation sous forme de graphe d'un ensemble d'activités ordonnées.

vées des éléments de la théorie des graphes :

- Chaque nœud (événement) doit porter un numéro différent.
- Le point d'arrivée d'un arc orienté doit porter un numéro plus grand que celui du point de départ du même arc.
- Puisque le chemin est défini comme une suite continue d'arcs dont l'extrémité terminale de l'un est l'extrémité initiale de l'autre, il faut s'assurer que tous les chemins du graphe ne sont pas interrompus. Si un chemin ne peut aboutir au nœud final, il est indispensable

de créer un « pont » pour assurer la continuité du chemin. Concrètement, il suffit de créer un arc « fictif » (arc pointillé) de valeur nulle liant les extrémités interrompues.

Le programme MCC-P.E.R.T. dispose de quelques instructions de contrôle permettant de vérifier l'observation de ces règles.

Une application du programme

Afin d'appliquer ce logiciel à un cas particulier, nous donnons les

```

10 REM CHEMIN CRITIQUE - PERT, BUIXUANTUNG, 1981
20 PRINT : PRINT : PRINT
30 PRINT "CHEMIN CRITIQUE - P.E.R.T."
40 PRINT "-----"
50 PRINT : PRINT : PRINT
60 INPUT "CHEMIN CRITIQUE OU P.E.R.T. (C/P) "; Q$
70 PRINT : PRINT : PRINT
80 INPUT "NOMBRE D'ACTIVITES (ARCS) "; A
90 DIM N(A+1), E(A+1), L(A+1), LAG(A+1)
100 DIM T1(A), T2(A), T3(A), T(A), SD(A)
110 DIM CP(A+1), KL(A+1), P(A+1), S(A+1), R(A+1)
120 REM SOUS-ROUTINE DONNEES : PRINT : PRINT
130 FOR I=1 TO A
140 PRINT : PRINT "ACTIVITE "; I; : " : "
150 GOSUB 2160
160 NEXT I
170 PRINT
180 REM CLASSEMENT DES EVENEMENTS
190 N1 = 0
200 FOR I=1 TO A
210 FOR J=1 TO N1
220 IF P(I)=N(J) GOT0260
230 NEXT J
240 N1=N1+1
250 N(N1)=P(I)
260 FOR J=1 TO N1
270 IF S(I)=N(J) GOT0310
280 NEXT J
290 N1=N1+1
300 N(N1)=S(I)
310 NEXT I
320 REM IMPRESSIONS DES EVENEMENTS
330 PRINT "CLASSEMENT ORDONNE DES EVENEMENTS (NOEUDS) : "
340 PRINT "-----"
350 PRINT
360 FOR J=1 TO N1: PRINT N(J);
370 NEXT J : PRINT : PRINT : PRINT
380 IF Q$="C" THEN 460
390 REM CALCULER LES DUREES ALEATOIRES (PERT)
400 FOR I=1 TO A
410 T(I) = (T2(I)+(4*T1(I))+T3(I))/6
420 SD(I) = (T3(I)-T2(I)) / 6
430 KI = 2*AND(1)-1
440 T(I) = T(I) + (SD(I)*KI)
450 NEXT I
460 PRINT : PRINT
470 PRINT "ACTIVITES ET DUREES CORRESPONDANTES : "
480 PRINT "-----"
490 PRINT "ACTIVITE DE A DELAI D'EXECUTION"
500 PRINT "PREVU"
510 PRINT "-----"
520 FOR I=1 TO A
530 PRINT TAB(3); I; TAB(10); P(I); TAB(15); S(I);
540 PRINT TAB(25); INT(100*T(I)+.5)/100
550 NEXT I
560 PRINT "-----"
570 REM CLASSEMENT DES EVENEMENTS SELON L'ORDRE CROISSANT
580 REM DES POINTS DE DEPART
590 FOR I=1 TO A
600 R(I)=I
610 NEXT I
620 A1=A
630 A1=A1-1
640 A2=0
650 FOR I=1 TO A1
660 K=R(I)
670 K1=R(I+1)
680 IF P(K)<=P(K1) THEN 730
690 R1=R(I)
700 R(I)=R(I+1)
710 R(I+1)=R1
720 A2=1
730 NEXT I
740 IF A2=1 THEN 630
750 REM CALCULER LES DELAIS "AU PLUS TOT"
760 FOR I=1 TO A
770 K=R(I)
780 A3=P(K)
790 GOSUB 1630
800 I1=K3
810 K=R(I)
820 A3=S(K)
830 GOSUB 1630
840 I2=K3
850 K=R(I)
860 M= E(I1)+T(K)
870 IF E(I2)>= M THEN 900
880 K=R(I)
890 E(I2) = E(I1) + T(K)
900 NEXT I
910 REM CLASSEMENT DES EVENEMENTS SELON L'ORDRE DECROISSANT
920 REM DES POINTS D'ARRIVEES
930 FOR I=1 TO A
940 R(I)=I
950 A1=A
960 A1=A1-1
970 A2=0
980 FOR I=1 TO A1
990 K=R(I)
1000 K1=R(I+1)
1010 IF S(K)>=S(K1) THEN 1060
1020 R1=R(I)
1030 R(I)=R(I+1)
1040 R(I+1)=R1
1050 A2=1
1060 NEXT I
1070 IF A2=1 THEN 960
1080 REM IDENTIFIER LES TEMPS LONGS
1090 FOR I=1 TO A
1100 K=R(I)
1110 A3=S(K)
1120 GOSUB 1630
1130 I1=K3
1140 K=R(I)
1150 A3=P(K)
1160 GOSUB 1630
1170 I2=K3
1180 K=R(I)
1190 M=L(I1)+ T(K)
1200 IF L(I2)>=M THEN 1230
1210 K=R(I)
1220 L(I2)=L(I1) + T(K)
1230 NEXT I
1240 K=R(I)
1250 A3= S(K)
1260 GOSUB 1630
1270 C=E(K3)
1280 FOR I=1 TO N1
1290 L(I)=C-L(I)
1300 NEXT I
1310 REM CALCULER LES INTERVALLES DE TEMPS
1320 FOR I=1 TO N1
1330 LAG(I)=L(I)-E(I)
1340 NEXT I
1350 REM IMPRIMER LES RESULTATS
1360 GOSUB 1700
1370 REM IDENTIFIER LE CHEMIN CRITIQUE
1380 KK=1
1390 FOR I=1 TO N1
1400 IF ABS(LAG(I))>=0.01 THEN 1460
1410 LAG(I)=0
1420 CP(KK)=N(I)
1430 KL(KK)=L(I)
1440 N4=KK
1450 KK=KK+1
1460 NEXT I
1470 N5=N4-1
1480 FOR I=1 TO N5
1490 I1=I+1
1500 FOR J=I1 TO N4
1510 IF KL(I)>KL(J) THEN 1540
1520 IF KL(I)<KL(J) THEN 1600
1530 IF CP(I)<=CP(J) THEN 1600
1540 IT=KL(I)
1550 JT=CP(I)
1560 KL(I)=KL(J)
1570 CP(I)=CP(J)
1580 KL(J)=IT
1590 CP(J)=JT
1600 NEXT J, I
1610 GOSUB 1830
1620 END
1630 REM SOUS-ROUTINE DE CONTROLE
1640 FOR J=1 TO N1
1650 K3 = J
1660 IF N(K3)=A3 THEN 1690
1670 NEXT J

```

Fig. 4. - Le listing du programme MCC-P.E.R.T.

Fig. 4 (suite).

```

1680 PRINT:PRINT"PAS DE NUMERO D'ACTIVITE";A3
1690 RETURN
1700 REM IMPRESSION DES DELAIS
1710 PRINT:INPUT"Pour continuer, taper C";C#:PRINT:PRINT
1720 PRINT"EVENEMENTS : "
1730 PRINT"-----"
1740 PRINT" ", "----- D e l a i -----"
1750 PRINT"Évenem. ", "au plus tot", "au plus tard", "Ecart"
1760 PRINT"-----"
1770 FOR I=1 TO N1
1780 PKINT N(I), INT(100+E(I)+.5)/100, INT(100+L(I)+.5)/100,
1790 PRINT INT(100+LAG(I)+.5)/100
1800 NEXT I
1810 PRINT"-----"
1820 RETURN
1830 REM IMPRIMER LE CHEMIN CRITIQUE ET DUREES DE REALISATION
1840 PRINT:INPUT"Pour continuer, taper C";C#
1850 T5 = 0 : PRINT : PRINT
1860 PRINT"ACTIVITES : "
1870 PRINT"-----"
1880 PRINT"DE   A";TAB(12);"TEMPS";TAB(23);"TEMPS MAX. SUP-"
1890 PRINT TAB(11);"ATTENDU";TAB(25);"PLEMENTAIRE"
1900 PRINT"-----"
1910 FOR I=1 TO A
1920 A3=P(I)
1930 GOSUB1630
1940 I1=K3
1950 A3=S(I)
1960 GOSUB1630
1970 I2=K3
1980 D= L(I2) - E(I1)
1990 IF ABS(T(I)-D)<.001 THEN2030
2000 PRINT P(I);TAB(4);S(I);TAB(11);
2010 PRINT INT(100+T(I)+.5)/100;TAB(26);INT(100+D+.5)/100
2020 GOTO2060
2030 PRINT P(I);TAB(4);S(I);TAB(11);INT(100+T(I)+.5)/100;
2040 PRINT TAB(26);INT(100+D+.5)/100;TAB(35);" ARC CRITIQUE"
2050 T5 = T5 + T(I)
2060 NEXT I
2070 PRINT"-----"
2080 PRINT : PRINT
2090 PRINT"VOICI L'ORDRE DU CHEMIN CRITIQUE:"
2100 PRINT"-----"
2110 FOR J=1 TO N4: PRINT CP(J);
2120 NEXT J
2130 PRINT : PRINT
2140 PRINT"... AVEC UNE LONGUEUR ESTIMEE DE : ";T5
2150 RETURN
2160 REM SOUS-ROUTINE ENTREES DES DONNEES
2170 INPUT"Point de depart ";P(I)
2180 INPUT"Point d'arrivee ";S(I)
2190 IF P(I)>S(I) THEN PRINT"< ERREUR >": GOTO2170
2200 IF Q#="C" THEN INPUT"duree ";T(I): GOTO2280
2210 INPUT"delai d'execution le plus probable ";T1(I)
2220 REM VERIFIER ACTIVITE FICTIVE
2230 IF T1(I)=0 THEN T2(I)=0 : T3(I)=0 : GOTO2280
2240 INPUT" le plus optimiste ";T2(I)
2250 IF T2(I)>T1(I) THEN PRINT "< ERREUR >": GOTO2240
2260 INPUT" le plus pessimiste ";T3(I)
2270 IF T3(I)<T1(I) THEN PRINT "< ERREUR >": GOTO2260
2280 RETURN

```

CHEMIN CRITIQUE - P.E.R.T.

le Plus optimiste ? 2
le Plus Pessimiste ? 3

CHEMIN CRITIQUE OU P.E.R.T. (C/P) ? P

ACTIVITE 7 :
point de depart ? 5
point d'arrivee ? 6
delai d'execution le Plus Probable ? 0

NOMBRE D'ACTIVITES (ARCS) ? 13

ACTIVITE 1 :
point de depart ? 1
point d'arrivee ? 2
delai d'execution le Plus Probable ? 15
le Plus optimiste ? 9
le Plus Pessimiste ? 21

ACTIVITE 8 :
point de depart ? 5
point d'arrivee ? 7
delai d'execution le Plus Probable ? 0

ACTIVITE 2 :
point de depart ? 2
point d'arrivee ? 3
delai d'execution le Plus Probable ? 30
le Plus optimiste ? 30
le Plus Pessimiste ? 45

ACTIVITE 9 :
point de depart ? 6
point d'arrivee ? 8
delai d'execution le Plus Probable ? 10
le Plus optimiste ? 8
le Plus Pessimiste ? 15

ACTIVITE 3 :
point de depart ? 3
point d'arrivee ? 4
delai d'execution le Plus Probable ? 5
le Plus optimiste ? 3
le Plus Pessimiste ? 10

ACTIVITE 10 :
point de depart ? 8
point d'arrivee ? 9
delai d'execution le Plus Probable ? 10
le Plus optimiste ? 8
le Plus Pessimiste ? 12

ACTIVITE 4 :
point de depart ? 4
point d'arrivee ? 6
delai d'execution le Plus Probable ? 2
le Plus optimiste ? 2
le Plus Pessimiste ? 3

ACTIVITE 11 :
point de depart ? 7
point d'arrivee ? 10
delai d'execution le Plus Probable ? 10
le Plus optimiste ? 8
le Plus Pessimiste ? 15

ACTIVITE 5 :
point de depart ? 4
point d'arrivee ? 5
delai d'execution le Plus Probable ? 3
le Plus optimiste ? 3
le Plus Pessimiste ? 3

ACTIVITE 12 :
point de depart ? 9
point d'arrivee ? 10
delai d'execution le Plus Probable ? 12
le Plus optimiste ? 7
le Plus Pessimiste ? 14

ACTIVITE 6 :
point de depart ? 4
point d'arrivee ? 7
delai d'execution le Plus Probable ? 2

ACTIVITE 13 :
point de depart ? 10
point d'arrivee ? 11
delai d'execution le Plus Probable ? 10
le Plus optimiste ? 9
le Plus Pessimiste ? 13

Fig. 5. - La saisie des valeurs constituant les différentes activités par le programme MCC- P.E.R.T.

CLASSEMENT ORDONNE DES EVENEMENTS (NOEUDS) :

1 2 3 4 6 5 7 8 9 10 11

ACTIVITES ET DUREES CORRESPONDANTES :

ACTIVITE	DE	A	DELAI D'EXECUTION PREVU
1	1	2	14.27
2	2	3	31.52
3	3	4	6.43
4	4	6	2.21
5	4	5	3
6	4	7	2.12
7	5	6	0
8	5	7	0
9	6	8	9.91
10	8	9	10.51
11	7	10	10.87
12	9	10	10.61
13	10	11	9.89

Pour continuer, taper C? C

EVENEMENTS :

Evenem.	D e l a i		
	au plus tot	au plus tard	Ecart
1	0	0	0
2	14.27	14.27	0
3	45.79	45.79	0

4	52.22	52.22	0
6	55.22	55.22	0
5	55.22	55.22	0
7	55.22	75.38	20.17
8	65.13	65.13	0
9	75.64	75.64	0
10	86.25	86.25	0
11	96.15	96.15	0

Pour continuer, taper C? C

ACTIVITES :

DE	A	TEMPS ATTENDU	TEMPS MAX. SUPPLEMENTAIRE	
1	2	14.27	14.27	** ARC CRITIQUE **
2	3	31.52	31.52	** ARC CRITIQUE **
3	4	6.43	6.43	** ARC CRITIQUE **
4	6	2.21	3	
4	5	3	3	** ARC CRITIQUE **
4	7	2.12	23.17	
5	6	0	0	** ARC CRITIQUE **
5	7	0	20.17	
6	8	9.91	9.91	** ARC CRITIQUE **
8	9	10.51	10.51	** ARC CRITIQUE **
7	10	10.87	31.04	
9	10	10.61	10.61	** ARC CRITIQUE **
10	11	9.89	9.89	** ARC CRITIQUE **

VOICI L'ORDRE DU CHEMIN CRITIQUE:

1 2 3 4 5 6 8 9 10 11

... AVEC UNE LONGUEUR ESTIMEE DE : 96.1458

Fig. 6. - Les résultats obtenus sont multiples. Tableau des activités et des événements, liste des arcs critiques et longueur totale du chemin critique.

résultats correspondant au problème suivant :

- la compagnie d'assurances Sécurité et Vie étudie depuis une année la création d'un nouveau bureau dans la banlieue industrielle de Meyrin. Après de longues démarches et négociations, Sécurité et Vie vient de signer un contrat de construction d'un bureau d'assurances avec M. Bernard, architecte. Afin de pouvoir démarrer les activités de la nouvelle succursale - ce qui demande une préparation laborieuse (recrutement du personnel, campagne publicitaire, etc.) -, Sécurité et Vie souhaite connaître les détails du déroulement de la construction.

Avec une certaine réticence, M. Bernard établit la liste des travaux (fig. 2) et construit le « réseau » de construction pour Sécurité et Vie (fig. 3).

L'exécution du programme, dont le listing est présenté (fig. 4),

montre les différentes phases d'utilisation d'un tel logiciel, saisie des valeurs (fig. 5) puis obtention des résultats (fig. 6) sous forme de tableaux.

Dans une première phase, le programme MCC-P.E.R.T. contrôle les données concernant le « réseau ». Puis il énumère les événements. Enfin, il imprime la liste exhaustive des tâches (les tâches fictives comprises), numérote les activités, établit les relations de dépendance (points de départ et d'arrivée de chacun des travaux), et donne une durée à chacune d'entre elles.

Les tableaux « Evénements » établissent des « délais de commencement au plus tôt » ainsi que des « délais d'achèvement au plus tard ». A partir de ces deux notions de base des algorithmes du chemin critique et de P.E.R.T., les écarts entre les délais peuvent être obtenus.

Les tableaux « Activités » identifient les arcs critiques dans le réseau et repèrent ainsi le chemin critique.

Cet essai a fourni les résultats suivants : le chemin reliant les nœuds 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10 et 11 est le chemin critique, c'est-à-dire le chemin le plus long entre le début et la fin des travaux de construction.

La méthode P.E.R.T., en tenant compte de l'incertitude, prévoit une durée d'un peu plus de 96 jours pour l'ensemble des travaux.

Ces résultats peuvent amener à reconsidérer certains travaux et la durée d'exécution des tâches situées le long du chemin critique. ■

Xuan TUNG BUI *

* Cet article a été tiré du livre « Le basic pour l'entreprise » de Xuan Tung Bui, publié aux Editions Sybex.